Мы хорошо знаем, что заряды создают электрическое поле

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{q \text{ в точке } \vec{r_I}}{|\vec{r} - \vec{r_I}|}$$

и напряжённостью по модулю

$$E(\vec{r}) = \frac{q \text{ в точке } \vec{r_I}}{|\vec{r} - \vec{r_I}|^2}$$

Мы также знаем, что токи создают уже магнитное поле. Мы знаем, что его силовая характеристика - $\vec{B}(\vec{r})$. Но мы, почесав в затылке, осознаём, что нам в школе не давали формулы $\vec{B}(\vec{r})$ в зависимости от $I(\vec{r})$. У нас не было «создающей» формулы!

Вот действующие, объясняющие, как поле действует на заряженную хрень:

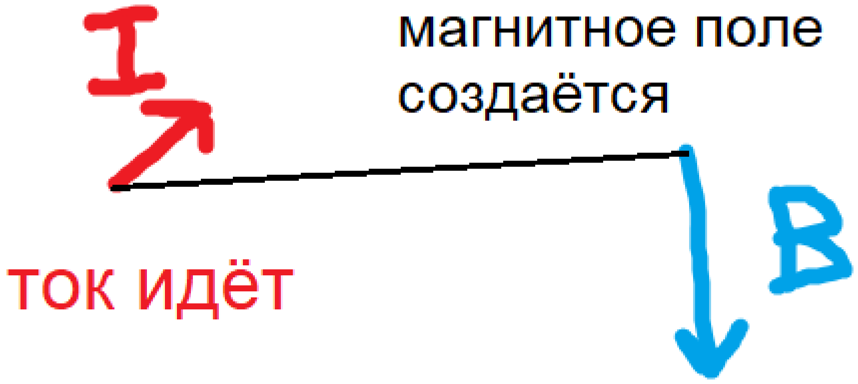
$$\vec{F_A} = I[\vec{B} \text{ x } \vec{l}]$$
$$\vec{F_Л} = q[\vec{v} \text{ x } \vec{B}]$$

У нас были.

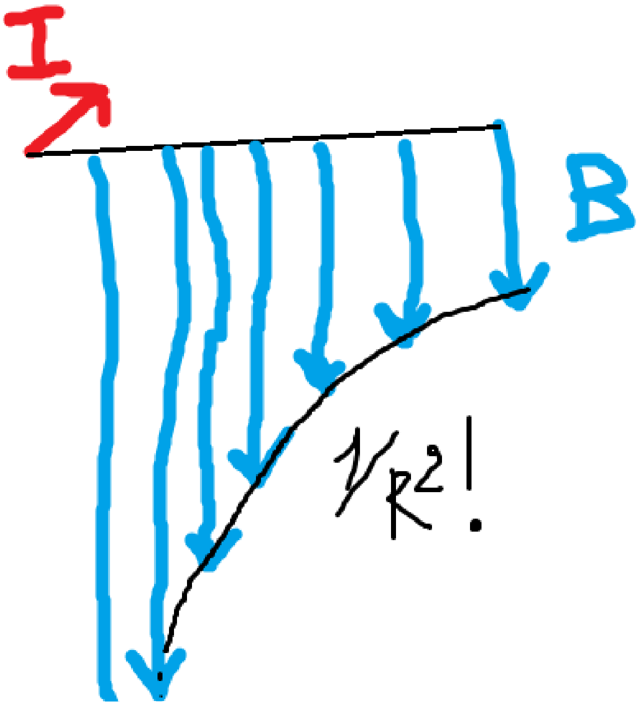
И тут на помощь как раз и приходит закон Био-Савара-Лапласа.

$$d\vec{B} = CI * \frac{[d\vec{l} \text{ x } \vec{r}]}{r^3} \text{ (ср. } \vec{E} = C_1 * \frac{q\vec{r}}{r^3}\text{)}$$

Которая нам указывает, какую магнитную индукцию создаёт ток в точке.



Причём заметим, что поле спадает с ростом r как $\frac{1}{r^2}$ - ровно так же, как и в формуле для E:

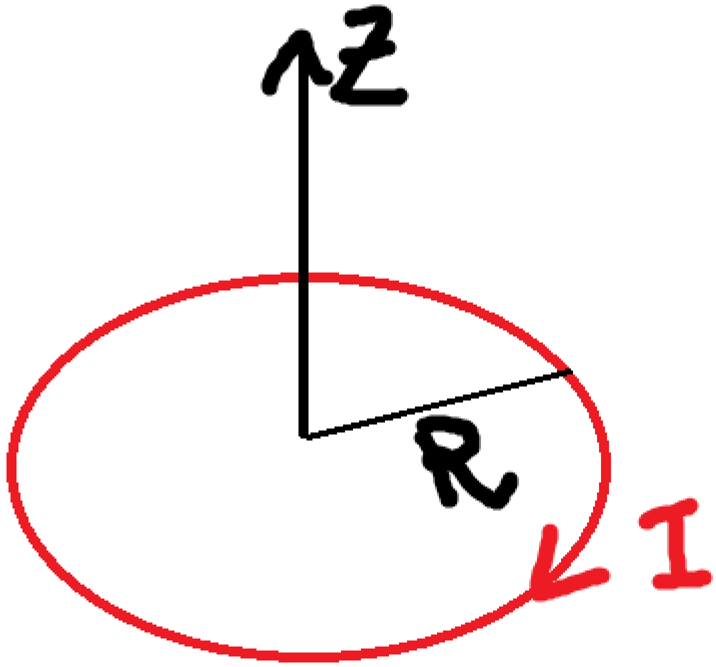


Я же говорил, что они похожи. Единственное, в Био-Саваре-Лапласе противное векторное произведение.

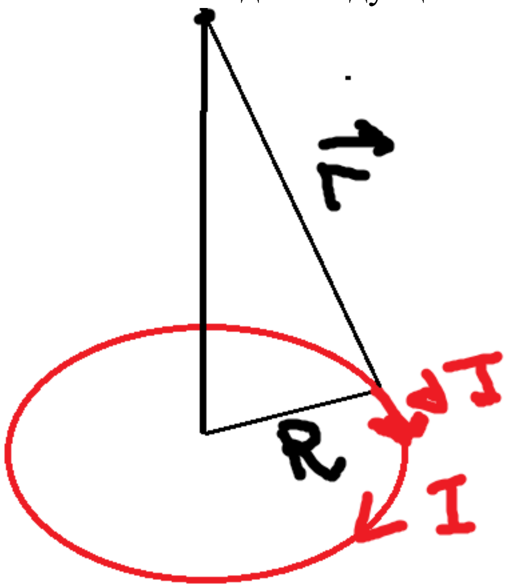
Решим задачу. Отмечу, что на практике проще сначала определить направление dB, а затем определить модуль dB как

$$dB = CI * \frac{dl}{r^2}$$

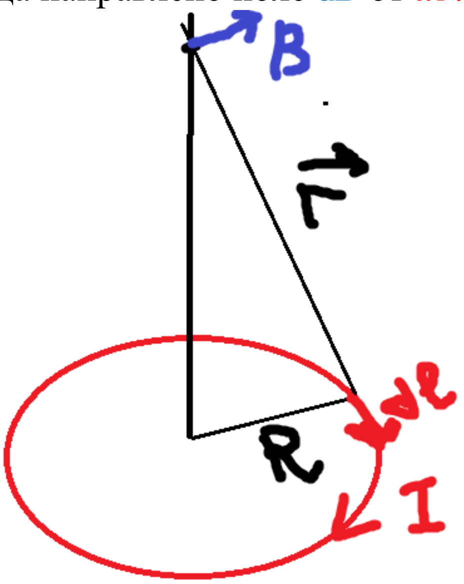
Дано кольцо радиусом R, по которому течёт ток I. Найти B в произвольной точке на оси z, нормальной плоскости кольца и проходящей через центр:



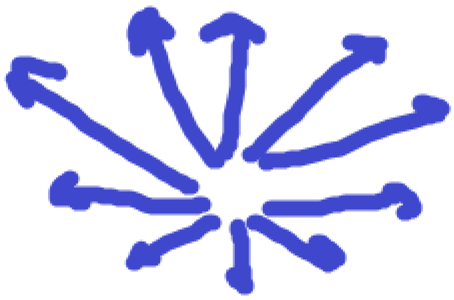
Приступим к решению. Разобьём кольцо на множество маленьких прямых участков $d\vec{l}$ и найдём индукцию от каждого:



Куда направлено поле dB от $d\vec{l}$? Нормально и dI, и r, т.е. как-то так



Уже видно, что про интегрировании проекция, перпендикулярная оси z,

сократится:  - векторная сумма такого «букета» будет торчать вверх, останется лишь вертикальная компонента, т.е. надо будет домножить на $\frac{R}{r}$ – синус угла наблюдения.

Закон Био-Савара-Лапласа пишем:

$$dB = CI * \frac{dl}{r^2}$$

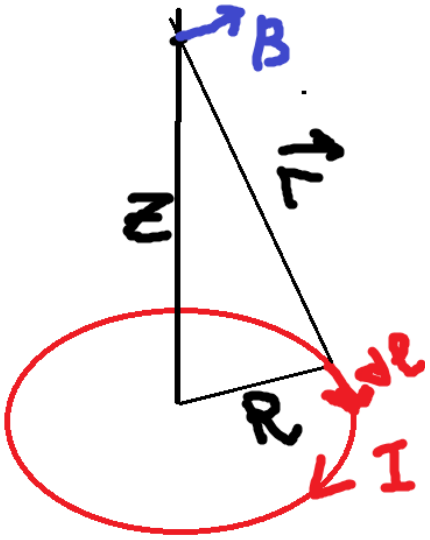
Сразу домножаем на $\frac{R}{r}$:

$$dB = CIR * \frac{dl}{r^3}$$

И интегрируем по dl. Удобно записать как $dl = Rd\varphi$, тогда

$$B = \int_0^{2\pi} CIR * \frac{Rd\varphi}{r^3} = \frac{2\pi CIR^2}{r^3}$$

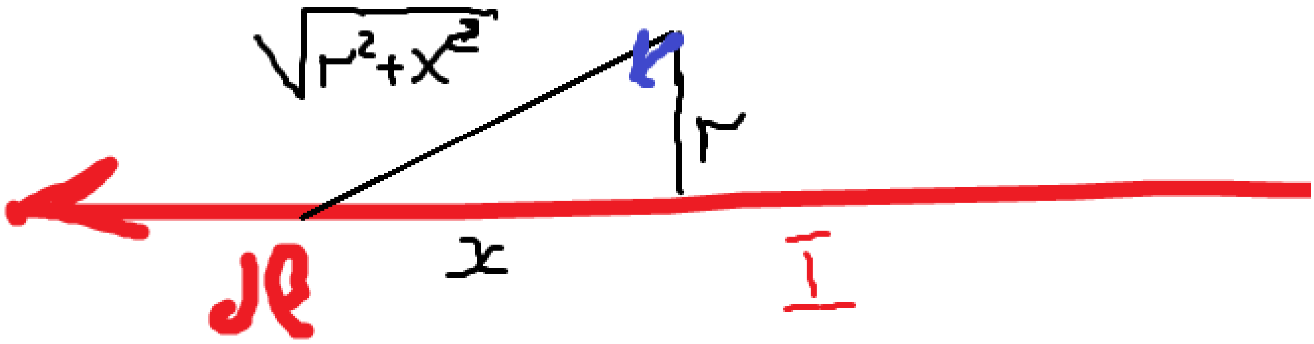
Ответ можно записать иначе, через координату z:



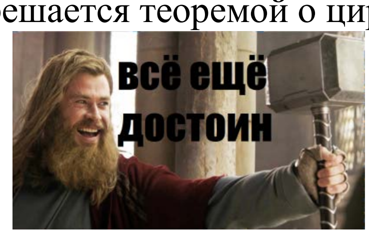
Тогда $r = \sqrt{z^2 + R^2}$. В этом случае

$$B = \frac{2\pi CIR^2}{(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

Задача 2 – найти поле от бесконечно длинного плоского провода с током I на расстоянии r от него:



Это задача легко решается теоремой о циркуляции, но давайте покажем, что и

Био-Савар-Лаплас 

. Я уже не буду расписывать так подробно.

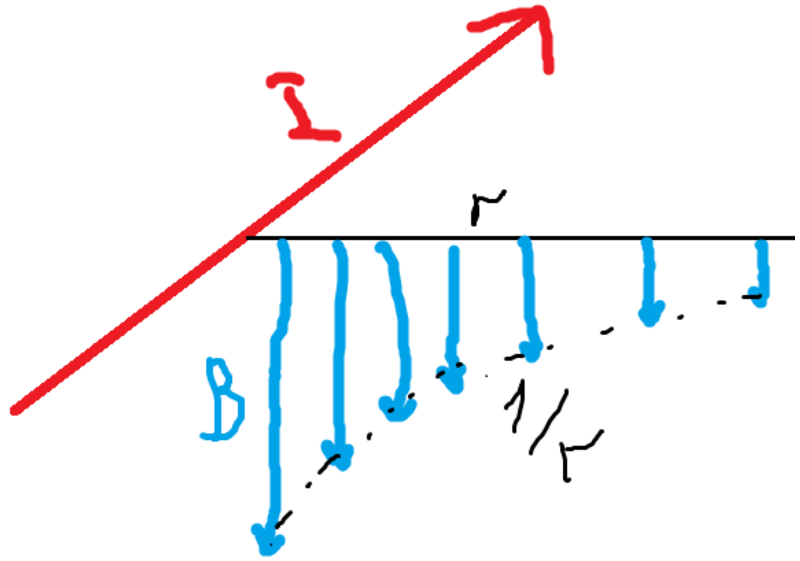
Опять подсчитаем dB от участка тока на расстоянии x (см. рисунок). Берём Био-Савара-Лапласа:

$$dB = CI * \frac{dl}{r^2}$$

В данном случае нужно вместо r подставить $\sqrt{r^2 + x^2}$ - расстояние от точки наблюдения до элемента тока.
Получаем

$$B = CI \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{r^2 + x^2} = \frac{CI\pi}{r}$$

Т.е. поле у прямолинейного проводника спадает как 1/r:



Не путать с Био-Саваром-Лапласом, где было dB от малого куска тока и зависимость $\frac{1}{r^2}$: